

Énoncés**Exercice 1**

1. Écrire la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants :

a] 60

b] 117

c] 421

d] 512

e] 943

f] 113 256

2. Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour réduire la fraction $\frac{1204}{258}$

Exercice 2

Parmi ces couples d'entiers, déterminer ceux qui ont un diviseur commun autre que 1.

a] 135 et 120

c] 114 et 63

b] 46 et 124

d] 273 et 41

Exercice 3

Ysarn n'a utilisé sa calculatrice qu'une seule fois pour savoir que 2600 et 54713 n'ont aucun diviseur commun autre que 1.

Comment a-t-il raisonné ?

Exercice 4

Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 5 min 06 s et l'autre toutes les 6 min 14 s.

À minuit, elles s'allument ensemble. Déterminer l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.

Exercice 5

Un artisan souhaite recouvrir une terrasse rectangulaire de 4,2 m de large et de 6,16 m de long à l'aide de dalles carrées identiques sans faire de découpe.

1. Déterminer si l'artisan peut utiliser les dalles suivantes.
Si oui, préciser le nombre de dalles nécessaires pour couvrir la terrasse.

a] Dalles de 2 cm de côté.

b] Dalles de 10 cm de côté.

2. Quelle sera la taille maximale, en nombre entier de cm, des dalles ?

Préciser le nombre de dalles nécessaires.

Corrigés

Exercice 1

1. a] $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ d] $512 = 2^9$
 b] $117 = 3^2 \times 13$ e] $943 = 23 \times 41$
 c] $421 = 421$ f] $113\,256 = 2^3 \times 3^2 \times 11^2 \times 13$
2. On a : $\frac{1204}{258} = \frac{2 \times 2 \times 7 \times 43}{2 \times 3 \times 43}$
 $= \frac{2 \times 7}{3}$
 d'où $\frac{1204}{258} = \frac{14}{3}$.

Exercice 2

- a] Comme le chiffre des unités de 135 et 120 est 0 ou 5 alors ces nombres sont divisibles par 5.
135 et 120 ont un diviseur commun autre que 1.
- b] Comme le chiffre des unités de 46 et 124 est 0, 2, 4, 6 ou 8 alors ces nombres sont divisibles par 2.
46 et 124 ont un diviseur commun autre que 1.
- c] $1 + 1 + 4 = 6$ et 6 est divisible par 3 donc 114 est divisible par 3.
 $6 + 3 = 9$ et 9 est divisible par 3 donc 63 est divisible par 3.
114 et 63 ont un diviseur commun autre que 1.
- d] On sait que 41 est un nombre premier, or 273 n'est pas un multiple de 41.
41 et 273 n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Exercice 3

On a $2600 = 26 \times 100$ donc $2600 = 2 \times 13 \times 10 \times 10$ d'où $2600 = 2^3 \times 5^2 \times 13$.

Ysarn a vu que 54713 n'était divisible ni par 2 ni par 5.

Ensuite, il lui a suffi de taper 54713:13 sur sa calculatrice pour voir que 54713 n'est pas divisible par 13.

Par conséquent **2600 et 54713 n'ont pas de diviseur commun autre que 1.**

Exercice 4

Convertissons ces deux durées en secondes :

$$5 \text{ min } 06 \text{ s} = 306 \text{ s}$$

$$6 \text{ min } 14 \text{ s} = 374 \text{ s}$$

On a $306 = 2 \times 3^2 \times 17$

et $374 = 2 \times 11 \times 17$

Le plus petit multiple que ces deux nombres ont en commun est $2 \times 3^2 \times 11 \times 17 = 3366$.

Au bout de 3366 secondes, les deux ampoules seront allumées, soit à **0h 56min 06s**.

Exercice 5

On a $4,2 \text{ m} = 420 \text{ cm}$ et $6,16 \text{ m} = 616 \text{ cm}$. Il faut trouver le plus grand nombre qui divise à la fois 420 et 616.

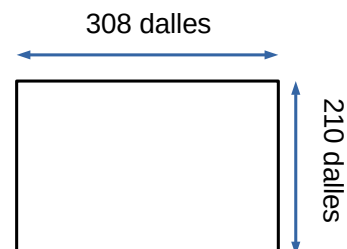
1. a] On $420 : 2 = 210$ et $616 : 2 = 308$.

Oui, il est **possible** de choisir des dalles de 2 cm de côté.

Il faudra utiliser $210 \times 308 = \mathbf{64\,680 \text{ dalles}}$.

- b] 616 n'est pas divisible par 10.

Comme on souhaite éviter les découpes, alors il n'est **pas possible** d'utiliser des dalles carrées de 10 cm de côté.



2. Les décompositions en facteurs premiers de 420 et 616 sont :

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$616 = 2^3 \times 7 \times 11$$

Le plus grand diviseur commun de 420 et 616 est donc $2^2 \times 7 = 28$.

Par conséquent l'artisan doit choisir des dalles de **28 cm de côté**.

On a $420 : 28 = 15$ et $616 : 28 = 22$.

Le dallage formera un rectangle de 15 dalles sur 22 dalles, soit au total $15 \times 22 = \mathbf{330 \text{ dalles}}$